Solucionario Unidad I - Problemas Impares

Andrés Centeno

2023

1. Magnitudes Físicas, Sistemas de Unidades

Problema 1

Se sabe que $P = mg$, se tiene que $g_{tierra} = 32{,}174 ft/s^2$, $g_{fobos} = 3{,}78 ft/s^2$ y $P = 252 lbf$:

$$m = \frac{P_{tierra}}{g_{tierra}} = \frac{252 lbf}{32{,}174 \frac{ft}{s^2}} = \frac{252 lbf}{32{,}174 \frac{ft}{s^2}} \cdot \frac{32{,}174 \frac{lbm \cdot ft}{s^2}}{1 lbf} = 252 lbm$$

Esta será la masa en Fobos ya que la masa será la misma en la Tierra como en Fobos.

El peso en Fobos será:

$$P = mg_{fobos} = (252 lbm)(3{,}78 ft/s^2) = 952{,}56 lbf$$

Problema 3

La presión barométrica de una columna de líquido es $P = \rho g h$.
Se tiene que la presión de mercurio es:

$$P_{Hg} = \left(13{,}55 \frac{g}{cm^3} \cdot \frac{1kg}{1000g} \cdot \frac{100^3 cm^3}{1m^3}\right)\left(9{,}81 \frac{m}{s^2}\right)\left(12{,}1cm \cdot \frac{1m}{100cm}\right) = 16083{,}99 Pa$$

Y la presión de agua será:

$$P_{H_2O} = \left(1000 \frac{kg}{m^3}\right)\left(9{,}81 \frac{m}{s^2}\right)\left(5{,}6cm \cdot \frac{1m}{100cm}\right) = 549{,}36 Pa$$

La presión atmosférica es:

$$P_{atm} = 756 torr \cdot \frac{1atm}{760 torr} \cdot \frac{101325 Pa}{1atm} = 100791{,}71 Pa$$

La presión absoluta será:

$$P_{abs} = P_{atm} + P_{Hg} + P_{H_2O} = (100791{,}71 + 16083{,}99 + 549{,}63) Pa = 117425{,}33 Pa$$

En kN/m^2:

$$117425{,}33Pa \cdot \frac{1kPa}{1000Pa} = 117{,}43kPa = 117{,}43\frac{kN}{m^2}$$

En psi:

$$117425{,}33Pa \cdot \frac{1atm}{101325Pa} \cdot \frac{14{,}696psi}{1atm} = 17{,}03psi$$

Problema 5

La presión atmosférica en psi es:

$$P_{atm} = 28inHg \cdot \frac{0{,}49116psi}{1inHg} = 13{,}75psi$$

Por tanto la presión dentro del tanque será:

$$P_{abs} = P_{atm} + P_{tanque} = (13{,}75 + 51{,}0)psia = 64{,}75psia$$

Problema 7

Se llevan los $cmHg$ a $mmHg$ y luego a kPa:

$$P_{Hg} = 64{,}5cmHg \cdot \frac{10mmHg}{1cmHg} = 645mmHg \cdot \frac{1atm}{760mmHg} \cdot \frac{101{,}325kPa}{1atm} = 85{,}99kPa$$

Esta es una presión de vacío ya que es menor a 101.325kPa (1 atm), por tanto su diferencia será la presión absoluta dentro del tanque:

$$P_{abs} = P_{atm} - P_{tanque} = (100 - 85{,}99)kPa = 14{,}01kPa$$

La presión dentro del tanque está a menos de 20kPa, por tanto los ratones no sobrevivirán.

Problema 9

Se convierte R a K:

$$T_i = 540R\frac{1K}{1{,}8R} = 300K$$

Se tienen que 20°C son:

$$\Delta T = (20 + 273{,}15)K = 293{,}15K$$

Se tiene:

$$\Delta T = T_f - T_i \Rightarrow T_f = \Delta T + T_i$$

De aquí se concluye que:

$$T_f = (300 + 293{,}15)K = 593{,}15K$$

Problema 11

Se resta la temperatura alta de la baja:

$$\Delta T = (86 - 77)^\circ F = 9^\circ F$$

Luego se convierte a °C:

$$\Delta T = (\frac{9 - 32}{1{,}8})^\circ C = -12{,}78^\circ C$$

Problema 13

°C	°F	K	R
-40	-40	233.15	419.67
25	77	298.15	536.67
424.85	796.73	698	1256.4
-234.37	-389.87	38.78	69.8

Problema 17

El peso específico relativo se define como:

$$p.e.r = \frac{\rho_{sustancia}}{\rho_{agua,20^\circ C}}$$

Por tanto:

$$\rho_{sustancia} = 0{,}82 \cdot 1000 \frac{kg}{m^3} = 820 \frac{kg}{m^3}$$

La presión ejercida por una columna de queroseno de 5 pulgadas será:

$$P_{queroseno} = \left(820 \frac{kg}{m^3}\right) \left(9{,}81 \frac{m}{s^2}\right) \left(5in \frac{0{,}0254m}{1in}\right) = 1021{,}61Pa$$

En mmHg esto es:

$$P_{queroseno} = 1021{,}61Pa \cdot \frac{1atm}{101325Pa} \cdot \frac{760mmHg}{1atm} = 7,66mmHg$$

2. Gases Ideales

Problema 19

La ecuación de gases ideales es:

$$P\bar{V} = RT$$

Para el gas contenido en el cilindro, se tiene:

$$\bar{V}_{gas} = \frac{RT}{P} = \frac{82{,}057\frac{cm^3 \cdot atm}{mol \cdot K} \cdot 300K}{150atm} = 164{,}11\frac{cm^3}{mol}$$

Puesto que el gas ocupa todo el volumen del cilindro, puede obtenerse el número de moles del gas a través de la siguiente relación:

$$n_{gas} = \frac{V_{cilindro}}{\bar{V}_{gas}} = \frac{1{,}5ft^3 \cdot \frac{30{,}48^3 cm^3}{1ft^3}}{164{,}11\frac{cm^3}{mol}} = 258{,}82moles$$

El oxígeno molecular tiene una masa molar $32g/mol$, por tanto, la masa en oxígeno de los moles de gas contenido en el cilindro será:

$$m_{O_2} = M_{O_2} n_{gas} = 258{,}82mol \cdot 32\frac{g}{mol} = 8282{,}24g\,O_2$$

El peso de oxígeno será la masa por la gravedad local, asúmase $g = 9{,}81m/s^2$, por tanto el peso en oxígeno es $81{,}25N$ (se deben convertir los gramos de O_2 a kg).

Problema 21

La presión del sistema será la presión ejercida por el pistón más la presión atmosférica:

$$P_{sistema} = P_{atm} + P_{\text{pistón}}$$

La presión ejercida por el pistón es:

$$P_{\text{pistón}} = \frac{Fuerza}{Area} = \frac{mg}{\pi r^2} = \frac{6kg \cdot 9{,}81\frac{m}{s^2}}{\pi\left(\frac{150mm}{2} \cdot \frac{1m}{1000mm}\right)^2} = 3330{,}79Pa = 3{,}33kPa$$

Por tanto la presión del sistema será:

$$P_{sistema} = 101{,}33kPa \approx 1atm$$

A 0°C, se tiene un volumen molar de:

$$\bar{V}_{Ne} = \frac{RT}{P_{sistema}} = \frac{82{,}057\frac{cm^3 \cdot atm}{mol \cdot K} \cdot 273{,}15K}{1atm} = 22413{,}87\frac{cm^3}{mol}$$

El volumen de neón ocupa todo el volumen del cilindro, por tanto:

$$n_{Ne} = \frac{V_{Ne}}{\bar{V}_{Ne}} = \frac{4000cm^3}{22413{,}87\frac{cm^3}{mol}} = 0{,}18molNe$$

La masa del neón será:

$$m_{Ne} = M_{Ne} n_{Ne} = 0{,}18 mol \cdot 4 \frac{g}{mol} = 0{,}72 g\, Ne$$

Problema 23

Parte a

Se pide el aumento de presión y se da una temperatura inicial y una diferencia de temperatura (con la cual puede obtenerse la temperatura final). No se cuenta con un volumen molar en el estado final, sin embargo es posible obtenerlo al suponer que el volumen de la llanta no se expande al calentarla.

Se buscarán el volumen molar de aire dentro de la llanta:

$$\bar{V} = \frac{RT_1}{P_1}$$

La presión en el estado inicial será:

$$P_1 = P_{atm} + P_{manometrica} = (100 + 210) kPa = 310 kPa = 3{,}06 atm = 44{,}97 psia$$

La temperatura al inicio del proceso es:

$$T_1 = \frac{80 - 32}{1{,}8} = 26{,}67^\circ C = 299{,}82 K$$

Por lo que:

$$\bar{V}_{aire} = \frac{RT_1}{P_1} = \frac{82{,}057 \frac{cm^3 \cdot atm}{mol \cdot K} \cdot 299{,}82 K}{3{,}06 atm} = 8039{,}98 \frac{cm^3}{mol}$$

La temperatura final T_2 debe ser:

$$T_2 = \Delta T + T_1 = 50 + 299{,}82 = 349{,}82 K$$

La presión final será:

$$P_2 = \frac{RT_2}{\bar{V}_{aire}} = \frac{82{,}057 \frac{cm^3 \cdot atm}{mol \cdot K} \cdot 349{,}82 K}{8039{,}98 \frac{cm^3}{mol}} = 3{,}57 atm = 52{,}46 psia$$

La diferencia de presión es entonces:

$$\Delta P = P_2 - P_1 = (52{,}46 - 44{,}97) psia = 7{,}49 psia$$

Parte b

Se calcularán los moles de aire que ya están en la llanta.
Llevando $\bar{V}_{aire}$ a m^3/mol:

$$\bar{V}_{aire} = 8039{,}98 \frac{cm^3}{mol} \cdot \frac{1 m^3}{100^3 m^3} = 0{,}008 \frac{m^3}{mol}$$

Los moles de aire que ya están en la llanta son:

$$n_{aire} = \frac{V_{llanta}}{\bar{V}_{aire}} = \frac{0{,}025 m^3}{0{,}008 \frac{m^3}{mol}} = 3{,}125 mol$$

La pregunta de cuántos gramos de aire deben sacarse de la llanta para regresar la presión a P_1 es totalmente equivalente a cuánto debe aumentar el volumen molar del aire (ya que $\bar{V} = 1/\bar{\rho}$) en la llanta para que ocurra tal efecto mientras se mantenga a una T_2.

Se tendrá entonces:

$$\bar{V}_{aire,2} = \frac{RT_2}{P_1} = \frac{82{,}057 \frac{cm^3 \cdot atm}{mol \cdot K} \cdot 349{,}82 K}{3{,}06 atm} = 9380{,}78 \frac{cm^3}{mol} = 0{,}0094 \frac{m^3}{mol}$$

Los moles de aire que deberían de haber bajo estas condiciones son:

$$n_{aire,2} = \frac{V_{llanta}}{\bar{V}_{aire,2}} = \frac{0{,}025 m^3}{0{,}0094 \frac{m^3}{mol}} = 2{,}66 mol$$

La cantidad de moles de aire que deben sustraerse deben ser:

$$n_{aire,s} = n_{aire} - n_{aire,2} = (3{,}125 - 2{,}66) mol = 0{,}47 mol$$

La masa molar promedio del aire es $29 g/mol$:

$$m_{aire,s} = M_{aire} n_{aire,s} = 29 \frac{g}{mol} \cdot 0{,}47 mol = 13{,}63 g\, aire$$

Problema 27

Se tiene:

$$\bar{V}_{He} = \frac{0{,}2 m^3}{0{,}1 kg} \cdot \frac{100^3 cm^3}{1 m^3} \cdot \frac{1 kg}{1000 g} \cdot \frac{2 g}{1 mol} = 4000 \frac{cm^3}{mol}$$

Las presiones son:

$$P_1 = 350 kPa \cdot \frac{1 atm}{101{,}325 kPa} = 3{,}45 atm$$

$$P_2 = 700 kPa \cdot \frac{1 atm}{101{,}325 kPa} = 6{,}91 atm$$

Las temperaturas inicial y final serán:

$$T_1 = \frac{P_1 \bar{V}_{He}}{R} = \frac{3{,}45 atm \cdot 4000 \frac{cm^3}{mol}}{82{,}057 \frac{cm^3 \cdot atm}{mol \cdot K}} = 168{,}18 K$$

$$T_2 = \frac{P_2 \bar{V}_{He}}{R} = \frac{6{,}91 atm \cdot 4000 \frac{cm^3}{mol}}{82{,}057 \frac{cm^3 \cdot atm}{mol \cdot K}} = 336{,}84 K$$

El delta de temperatura es:

$$\Delta T = T_2 - T_1 = (336{,}84 - 168{,}18) K = 168{,}66 K = 168{,}66 ^\circ C$$

Cuando se trata de diferencias de temperatura, serán iguales las diferencias entre temperaturas en kelvin a las mismas temperaturas convertidas a celcius. Similar sucede con Fahrenheit y Rankine, pero no entre temperaturas del sistema internacional e inglés.

Problema 29

Volumen del 2do tanque

Con los datos que ofrece el problema acerca del segundo tanque, es posible calcular su volumen utilizando la ley de gases ideales:

$$\bar{V}_{T,2} = \frac{RT_{T,2}}{P_{T,2}} = \frac{82{,}057\frac{cm^3 \cdot atm}{mol \cdot K}(35 + 273{,}15)K}{200kPa \cdot \frac{1atm}{101{,}325kPa}} = 12810{,}45\frac{cm^3}{mol}$$

La masa molar promedio del aire es 29, por tanto:

$$V_{T,2} = \frac{m_{T,2}}{M_{aire}}\bar{V}_{T,2} = \frac{5000g}{29\frac{g}{mol}} \cdot 12810{,}45\frac{cm^3}{mol} = 2208649{,}68cm^3 = 2{,}21m^3$$

Presión en el equilibrio

En el equilibrio:

$$P_{eq} = \frac{RT_{eq}}{\bar{V}_{eq}}$$

Donde cada variable está en equilibrio, es decir, ya no cambian más su valor a menos que haya alguna perturbación. Se da $T_{eq} = 20°\text{C}$, sin embargo no se tiene el volumen molar en el equilibrio. Se encontrará al dividir el volumen total de ambos tanques entre sus masas de aire.

Se busca la masa de aire del primer tanque al calcular su volumen molar:

$$\bar{V}_{T,1} = \frac{RT_{T,1}}{P_{T,1}} = \frac{82{,}057\frac{cm^3 \cdot atm}{mol \cdot K}(25 + 273{,}15)K}{500kPa \cdot \frac{1atm}{101{,}325kPa}} = 4957{,}89cm^3$$

La masa del primer tanque será:

$$m_{T,1} = \frac{V_{T,1}}{\bar{V}_{T,1}}M_{aire} = \frac{1000000cm^3}{4957{,}89\frac{cm^3}{mol}} \cdot 29\frac{g}{mol} = 5849{,}26g = 5{,}85kg$$

El volumen molar de la unión de ambos tanques serán entonces:

$$\bar{V}_{unido} = \bar{V}_{eq} = \frac{V_{total}}{n_{total}} = \frac{V_{total}}{m_{total} \cdot \frac{1}{M_{aire}}} = \frac{V_{T,1} + V_{T_2}}{(m_{T,1} + m_{T,2}) \cdot \frac{1}{M_{aire}}}$$

Reemplazando:

$$\bar{V}_{eq} = \frac{(1000000 + 2208649{,}68)cm^3}{(5849{,}26 + 5000)g \cdot \frac{1mol}{29g}} = 8576{,}70\frac{cm^3}{mol}$$

Por tanto, la presión en el equilibrio será:

$$P_{eq} = \frac{82{,}057\frac{cm^3 \cdot atm}{mol \cdot K} \cdot (20 + 273{,}15)K}{8576{,}70\frac{cm^3}{mol}} = 2{,}80atm$$

Es necesario llevar esta presión a kPa para cerciorarse de que esta presión esté entre un valor de las presiones de los tanques, pues de otra forma la respuesta no tendría sentido pues, en el equilibrio, se compensan las presiones en desequilibrio y las temperaturas (se asume que en este problema parte del calor se perdió, pues la temperatura de equilibrio es menor a la menor de las temperaturas de los tanques antes del equilibrio). Se tiene entonces:

$$2{,}80atm \cdot \frac{101{,}325kPa}{1atm} = 283{,}71kPa$$

Por lo que podemos asegurar que esta respuesta tiene sentido.

3. Factor de Compresibilidad

Problema 31

Parte a

$$\bar{V}_{ideal} = \frac{RT}{P} = \frac{8{,}3143\frac{J}{mol \cdot K} \cdot (400 + 273{,}15)K}{10MPa} = 559{,}68\frac{J}{mol \cdot MPa} = 5{,}60x10^{-4}\frac{m^3}{mol}$$

Compruebe esta conversión. En m^3/kg, sabiendo que la masa molar del agua es 18:

$$\bar{V}_{ideal} = 5{,}60x10^{-4}\frac{m^3}{mol} \cdot \frac{1mol}{18g} \cdot \frac{1000g}{1kg} = 0{,}03109\frac{m^3}{kg}$$

El % Er es:

$$\%Er = \frac{0{,}03109 - 0{,}02641}{0{,}02641} \cdot 100\,\% = 17{,}72\,\%$$

Parte b

Se buscan presión y temperatura crítica en la tabla F-3, $P_c = 218{,}3atm$ y $T_c = 647{,}4K$. Para encontrar la presión y temperatura reducida es necesario convertir los valores del sistema a valores de atmósfera y Kelvin:

$$P_r = \frac{P}{P_c} = \frac{10000kPa\frac{1atm}{101{,}325kPa}}{218{,}3atm} = 0{,}45$$

$$T_r = \frac{T}{T_r} = \frac{(400 + 273{,}15)K}{647{,}4K} = 1{,}04$$

Se sugiere redondear los valores reducidos a dos decimales cuando se necesiten para entrar a alguno de los diagramas de propiedades reducidas.

Utilizando la Figura 11a, se encuentra que $Z \approx 0{,}85$. Utilizando entonces la ecuación de dos parámetros:

$$\bar{V}_{2P} = \frac{ZRT}{P} = \frac{0{,}85 \cdot 8{,}3143\frac{J}{mol \cdot K} \cdot (400 + 273{,}15)K}{10MPa} = 475{,}73\frac{J}{mol \cdot MPa} = 4{,}76x10^{-4}\frac{m^3}{mol}$$

Convirtiendo a m^3/kg:

$$\bar{V}_{2P} = 4{,}76x10^{-4}\frac{m^3}{mol} \cdot \frac{1mol}{18g} \cdot \frac{1000g}{1kg} = 0{,}02644\frac{m^3}{kg}$$

El % Er es:

$$\%Er = \frac{0{,}02644 - 0{,}02641}{0{,}02641} \cdot 100\,\% = 0{,}11\,\%$$

Esta es una predicción porcentualmente más exacta.

Problema 33

Gas Ideal

Para determinar la temperatura final serán necesarias dos variables intensivas, se cuenta con una, la presión, pues el calentamiento se lleva a presión constante. Si se pide la temperatura final, entonces será necesario buscar un volumen molar final.

Antes del calentamiento, el volumen molar será (ya convirtiendo la temperatura inicial y presión inicial):

$$\bar{V}_{ideal,1} = \frac{RT_1}{P_1} = \frac{82{,}057\frac{cm^3 \cdot atm}{mol \cdot K} \cdot 300K}{78{,}95atm} = 311{,}81\frac{cm^3}{mol}$$

Si el volumen aumenta 50 %, entonces el volumen molar debe aumentar un 50 % ya que, por definición, es directamente proporcional al volumen e inversamente proporcional al número de moles:

$$\bar{V}_{ideal,2} = \bar{V}_{ideal,1} + \bar{V}_{ideal,1} * 50\,\% = 1{,}5\bar{V}_{ideal,1} = 467{,}72\frac{cm^3}{mol}$$

La temperatura final será entonces:

$$T_{ideal,2} = \frac{P_1\bar{V}_{ideal,2}}{R} = \frac{78{,}95atm \cdot 467{,}72\frac{cm^3}{mol}}{82{,}057\frac{cm^3 \cdot atm}{mol \cdot K}} = 450{,}01K$$

Ya que se proporciona la temperatura final en °F, es necesario convertir la temperatura obtenida a tal magnitud, se tiene entonces $T_{ideal,2} = 350{,}35$°F.

Se observa una notoria diferencia entre la temperatura calculada y la reportada por las tablas termodinámicas.

Factor de compresibilidad

Se tiene que $T_c = 190{,}66K$ y $P_c = 45{,}8atm$ (Tabla F-3). Las temperatura y presión reducida son:

$$T_r = \frac{T}{T_c} = \frac{300K}{190{,}66K} = 1{,}57$$

$$P_r = \frac{P}{P_c} = \frac{78{,}95atm}{45{,}8atm} = 1{,}72$$

Según la Figura 11b, se obtiene un factor de compresibilidad de $Z_1 \approx 0{,}88$

Por tanto:

$$\bar{V}_{2P,1} = \frac{Z_1RT_1}{P_1} = \frac{0{,}88 \cdot 82{,}057\frac{cm^3 \cdot atm}{mol \cdot K} \cdot 300K}{78{,}95atm} = 274{,}39\frac{cm^3}{mol}$$

De aquí se obtiene que el volumen molar final será:

$$\bar{V}_{2P,2} = 1{,}5\bar{V}_{2P,1} = 411{,}59\frac{cm^3}{mol}$$

Para obtener la temperatura final será necesario buscar un nuevo factor de compresibilidad, ahora utilizando la presión reducida y el volumen molar reducido ideal. De la Tabla F-3 se tiene que $\bar{V}_c = 99\frac{cm^3}{mol}$:

$$P_r = 1{,}72 \text{ (la presión se mantiene constante)}$$

$$\bar{V}_{r,i} = \frac{\bar{V}}{\bar{V}_{c,i}} = \frac{\bar{V}}{\frac{RT_c}{P_c}} = \frac{\bar{V}P_c}{RT_c} = \frac{411{,}59\frac{cm^3}{mol} \cdot 45{,}8atm}{82{,}057\frac{cm^3 \cdot atm}{mol \cdot K} \cdot 190{,}66K} = 1{,}2$$

Utilizando las líneas de volumen molar reducido ideal (punteadas) y el eje de presión reducida se obtiene $Z_2 \approx 0{,}99$. Luego:

$$T_{2P,2} = \frac{P_1 \bar{V}_{2P,2}}{Z_2 R} = \frac{78{,}95atm \cdot 411{,}59\frac{cm^3}{mol}}{0{,}99 \cdot 82{,}057\frac{cm^3 \cdot atm}{mol \cdot K}} = 400{,}01K$$

En °F esto es 260,33°F. Esta es una mejora sustancial con respecto a la aproximación por gas ideal (con errores de 29 % para gas ideal contra 4 % de factor de comprensibilidad).

Problema 35

Volumétricamente, 1 galón de gasolina es igual a $140ft^3$ de metano, sin embargo, energéticamente sí lo son.

Si se analiza detenidamente, parece faltar una masa para lograr completar la pregunta (volumen necesario). La relación entre pies cúbicos **estándar** y galones de gasolina.

Existen muchas formas de definir las condiciones estándar, las más habituales son aquellas que toman 0, 20 o 25°C como temperatura estándar y 1atm como presión estándar. Como se está trabajando en el sistema inglés y, muy probablemente, con un problema referente a la industria del gas, se utilizarán 60°F y 14.696psia como la temperatura y presión estándar respectivamente.

A partir de la relación de metano y gasolina, y puesto que nos piden calcular un volumen para 10 galones, necesitamos encontrar la masa de metano contenida en el equivalente a 10 galones:

$$\frac{140ft^3 \text{ metano}}{1 \text{ gal gasolina}} = 1 \Rightarrow 10 \text{ gal gasolina} = \frac{140ft^3 \text{ metano}}{1 \text{ gal gasolina}} \cdot 10 \text{ gal gasolina} = 1400ft^3 \text{ metano}$$

En este caso, es más conveniente tratar con moles que con una cantidad másica. Así, los moles de metano a partir de las condiciones estándar viene dada por:

$$P_{est}V_{CH_4} = Z_1 n_{CH_4} RT_{est} \Rightarrow n_{CH_4} = \frac{P_{est}V_{CH_4}}{Z_1 RT_{est}}$$

Se calculan la T_r y P_r sabiendo que $T_{est} = 60°\text{F} = 288{,}71K$, $P_{est} = 14{,}696psia = 1atm$, $T_c = 190{,}66K$, $P_c = 45{,}8atm$:

$$T_r = \frac{T_{est}}{T_c} = 1{,}51$$

$$P_r = \frac{P_{est}}{P_c} = 0{,}02$$

Según la figura 11a, podemos considerar al metano como ideal, así:

$$n_{CH_4} = \frac{14{,}696 psia \cdot 1400 ft^3}{10{,}731 \frac{psia \cdot ft^3}{lbmol \cdot R} \cdot 519{,}67 R} = 3{,}69 lbmol$$

Este es el equivalente en moles que deben estar contenidos en nuestro tanque que se encuentra a 3000psia y 60°F. Con esta información, ya podemos calcular el volumen del medio de almacenamiento V:

$$PV = Z_2 n_{CH_4} RT \Rightarrow V = \frac{Z_2 n_{CH_4} RT}{P}$$

Para Z_2, calculamos nuevos T_r y P_r. $T_r = 1{,}51$ porque la temperatura no ha cambiado con respecto a la estándar. $P_r = 4{,}46$ (hágase los cálculos correspondientes). Con estos valores y la Figura 11b, se obtiene $Z_2 \approx 0{,}82$:

$$V = \frac{0{,}82 \cdot 3{,}69 lbmol \cdot 10{,}731 \frac{psia \cdot ft^3}{lbmol \cdot R} \cdot 519{,}67 R}{3000 psia} = 5{,}62 ft^3$$

Este es el volumen necesario requerido.

Sobre la comparación que se pide al final del ejercicio, se tiene que el volumen molar es:

$$\bar{V} = \frac{V}{n_{CH_4}} = \frac{5{,}62 ft^3}{3{,}69 lbmol} = 1{,}52 \frac{ft^3}{lbmol}$$

También se pudo obtener utilizando directamente la ley de gases ideales, sin embargo así es relativamente más rápido.

Ahora es necesario realizar una larga y tediosa conversión a m^3/kg (la conversión puede acortarse si se utilizan las tablas de conversión, sin embargo, en lo posible, no se utilizarán esas tablas):

$$1{,}52 \frac{ft^3}{lbmol} \cdot \frac{30{,}48^3 cm^3}{1 ft^3} \cdot \frac{1 m^3}{100^3 cm^3} \cdot \frac{1 lbmol}{453,5924 mol} \cdot \frac{1 mol}{16 g} \cdot \frac{1000 g}{1 kg} = 0{,}00593 \frac{m^3}{kg}$$

Existe una diferencia del 0.85 % entre el volumen másico calculado y el reportado.

Problema 37

Comprender

¿Qué se nos pide?

Dolares gastados mensualmente por kilogramo de propano.

Datos del problema

$$Datos \begin{cases} T_s = 86° F \\ P_s = 70 psig \\ \dot{V} = 400 m^3/h \\ t_{total} = 6 \text{ meses} \\ C = 0{,}60 \$/kg \end{cases}$$

Condiciones

Se asume que las condiciones de salida proporcionan información exacta del flujo másico que llega a la planta.

Contextualización

Una planta de síntesis de polipropileno necesita propano para funcionar debidamente, sin embargo, este propano cuesta dinero. Se da un flujo volumétrico optimo para su correcto funcionamiento y su coste. Pasado 6 meses, se deberá encontrar lo que se gastó en propano en ese intervalo de tiempo.

Concebir

¿Existe algún problema similar?

Textualmente, no, sin embargo entra dentro de los problemas de tipo ecuación de 2 parámetros. Se añade al problema datos de flujo y coste, pero esto no es nada que no pueda resolverse utilizando factores de conversión.

Regresión

Tenemos un coste por kg, de aquí se puede encontrar los dolares gastados, ¿cuántos kilogramos de propano se transportaron? Puede conocerse a través del flujo volumétrico y al multiplicarlo por el tiempo total (6 meses), pero eso nos dará un volumen total de propano, ¿cómo podemos transformar ese volumen total a masa total? Con una densidad, claramente. Esta densidad, puesto que es un gas, puede encontrarse a partir de las condiciones de salida transformando un volumen molar a densidad.

Plan de acción

Puesto que se da una temperatura y presión de llegada, se puede calcular un volumen molar que luego puede ser convertido densidad.

Con la densidad, podemos encontrar el flujo másico al multiplicarlo por el flujo volumétrico de la corriente de propano.

Teniendo un flujo másico, se multiplica por el tiempo de operación, dando así la masa total transportada durante esos 6 meses.

Por último se multiplica esta masa total transportada por el coste por kilogramo de propano, para encontrar finalmente el coste mensual por propano.

Ejecutar

Cálculo del volumen molar

Por 2 parámetros, para el propano se tiene:

$$T_r = \frac{T_s}{T_c} = \frac{86°F}{369{,}97K} = \frac{303{,}15K}{369{,}97K} = 0{,}82$$

$$P_r = \frac{P_s}{T_c} = \frac{70psig + 14{,}696psig}{42{,}01atm} = \frac{5{,}76atm}{42{,}01atm} = 0{,}14$$

De la Figura 11a se encuentra que $Z \approx 0{,}89$. Por tanto, el volumen molar será:

$$\bar{V}_s = \frac{ZRT_s}{P_s} = \frac{0{,}89 \cdot 10{,}731 \frac{ft^3 \cdot psia}{lbmol \cdot R} \cdot 545{,}67R}{84{,}696psia} = 61{,}53 \frac{ft^3}{lbmol}$$

Cálculo de la densidad

Se sabe que la masa molar del propano es 44:

$$\hat{V}_s = 61{,}53 \frac{ft^3}{lbmol} \cdot \frac{30{,}48^3 cm^3}{1 ft^3} \cdot \frac{1m^3}{100^3 cm^3} \cdot \frac{1lbmol}{453,5924mol} \cdot \frac{1mol}{44g} \cdot \frac{1000g}{1kg} = 0{,}0873 \frac{m^3}{kg}$$

$$\rho = \frac{1}{\hat{V}_s} = 11{,}45 \frac{kg}{m^3}$$

Flujo másico

$$\dot{m} = \rho \dot{V} = 11{,}45 \frac{kg}{m^3} \cdot 400 \frac{m^3}{h} = 4580{,}0 \frac{kg}{h}$$

Masa total

Puesto que se trata de una medida en meses, no existe una conversión directa a horas, por lo que se tendrá que estimar. En este caso, puesto que un año tiene 365 días, entonces medio año (6 meses) tendrá aproximadamente 182.5 días:

$$t_{total} = 182{,}5 \text{ días} \cdot \frac{24h}{1 \text{ día}} = 4380h$$

La masa total entonces será:

$$m_{tota} = \dot{m} t_{total} = 4580 \frac{kg}{h} \cdot 4380h = 20060400kg$$

Coste total

El coste total es:

$$C_{total} = Cm = 0{,}6 \frac{\$}{kg} \cdot 20060400kg = 12036240\$$$

Examinar

En 6 meses se gastan 12.04 millones de dólares. Este es un coste máximo, realmente la planta no puede estar operativa las 24 horas del día y tiene períodos de mantenimiento, por lo que el coste total será menor. Sin embargo, este coste tope parece lógico si tenemos en cuenta que se trata de un proceso industrial, por lo cual, aunque esta suma parezca exorbitante, no se debería tener problemas en aceptarla como solución al problema.

4. Ecuación Virial

Problema 39

La ecuación virial es:

$$Z = 1 + \frac{B}{\bar{V}} + \frac{C}{\bar{V}^2} + \cdots$$